



Direktoren: Professor Dr. Juergen B. Donges
Professor Dr. Johann Eekhoff
Geschäftsführer: Dr. Steffen J. Roth

Flexibilisierung des Renteneintritts

Christian Vossler und Christine Wolfgramm

Otto-Wolf-Institut Discussion Paper 4/2008

(Juli 2008)

Flexibilisierung des Renteneintritts

*Christian Vossler, Dipl.-Kaufmann, Institut für Wirtschaftspolitik an der Universität zu Köln
vossler@wiso.uni-koeln.de, Tel.: 0221-470 5349*

und

*Christine Wolfgramm, Dipl.-Volkswirtin, Wirtschaftspolitisches Seminar an der Universität zu Köln,
Lehrstuhl Prof. Dr. J. Eekhoff, wolfgramm@wiso.uni-koeln.de Tel: 0221- 470 6134*

Zusammenfassung:

Im vorliegenden Artikel wird gezeigt, wie eine Flexibilisierung des Renteneintritts erreicht werden kann, ohne die Versicherungsgemeinschaft zu schädigen. Die Flexibilisierung wird ermöglicht, indem wie im heutigen Umlageverfahren Zu- und Abschläge von der gesetzlichen Rente ermittelt werden. Im Unterschied zur heutigen Ab- bzw. Zuschlagsberechnung erfolgt die Finanzierung der Flexibilisierung jedoch über ein kapitalgedecktes System. Es zeigt sich, dass diese Zu- bzw. Abschläge deutlich höher liegen als die aktuell im Umlagesystem erhobenen. Im Gegensatz zu den heutigen Ab- bzw. Zuschlägen wird die Versicherungsgemeinschaft durch die Neuberechnung neutral gestellt und es besteht keine Möglichkeit mehr, zu Lasten Dritter in den vorzeitigen Ruhestand zu gehen. Zusätzlich können sämtliche weitere Regulierungen, wie die Deckelung des Hinzuverdienstes, entfallen. Im Ergebnis wird ein präferenzgerechter Übergang vom Erwerbsleben in den Ruhestand ermöglicht.

JEL-Klassifikation: H55, J26

Key words: Pension reform; Flexibility

Flexibilisierung des Renteneintritts

Dipl.-Kfm. Christian Vossler und Dipl.-Vw.'in Christine Wolfgramm*

Der Deutsche Bundestag hat eine schrittweise Erhöhung des Renteneintrittsalters ab 2012 bis 2029 auf 67 Jahre beschlossen. Die SPD verlangt, an der Förderung der Altersteilzeit festzuhalten. Die FDP fordert einen flexiblen Renteneintritt mit Abschlägen, soweit gesichert ist, dass der Bürger mit seinen privaten, gesetzlichen und betrieblichen Renten über dem Grundsicherungsniveau liegt. Zusätzlich sollen die bestehenden Hinzuverdienstgrenzen aufgehoben werden. Die ersten beiden Maßnahmen sind insoweit widersprüchlich als die Erwerbstätigkeit mit der einen ausgeweitet und mit der anderen verringert wird. Das soll aber hier nicht Gegenstand der Betrachtung sein. Vielmehr soll gefragt werden, wie eine vom Arbeitnehmer gewünschte Ausweitung oder Verringerung der Erwerbsdauer und/oder der Erwerbsintensität gestaltet werden kann, wenn die Stabilität des Rentensystems darunter nicht leiden soll.

Grundsätzlich ist es erstrebenswert, dass Arbeitnehmer den Übergang vom Erwerbsleben in den Ruhestand entsprechend ihrer Präferenzen und Produktivität gestalten können. Dies erfordert jedoch ein flexibles Rentensystem. Dabei müssen die Abschläge für eine vorzeitige Reduktion der Arbeitszeit so gestaltet werden, dass die Versicherungsgemeinschaft durch den früheren, flexibleren Renteneintritt nicht geschädigt wird. Außerdem muss ein präferenzgerechtes System den Arbeitnehmern ermöglichen, über die vorgesehene Regelaltersgrenze hinaus erwerbstätig bleiben zu können. Diese Variante werden Arbeitnehmer wählen, die noch keine hohe Freizeitpräferenz haben und/oder ihre Rente durch zusätzliche Beiträge weiter aufstocken wollen. Gerade im Hinblick auf die aktuelle Diskussion um eine drohende Altersarmut zukünftiger Rentner sollte die Möglichkeit geschaffen werden, länger arbeiten und dadurch eine höhere Rente generieren zu können.

Die im heutigen System bei vorzeitigem Renteneintritt erhobenen Abschläge sind jedoch zu gering bemessen, so dass eine Flexibilisierung des Renteneintritts der Versicherungsgemeinschaft nachhaltig schadet. In diesem Artikel wird analysiert, wie die Abschläge ausgestaltet sein müssen, um eine Flexibilisierung möglich zu machen, die neutral für die Versicherungsgemeinschaft ist. Im Ergebnis kann durch die Berechnung korrekter Ab- bzw. Zuschläge auf sämtliche Regelungen, wie ein bestimmtes Mindestalter oder die Hinzuverdienstgrenzen

*Die Autoren danken Herrn Professor Dr. Johann Eekhoff sowie Herrn Dipl.-Vw. Oliver Arentz für wertvolle Anregungen.

verzichtet werden. Erst dann haben die Versicherten die Möglichkeit, ihren Renteneintritt präferenzgerecht zu gestalten. In der Analyse wird deutlich, dass die Rentenabschläge bzw. -zuschläge bei korrekter Berechnung um ein Vielfaches höher liegen müssen als heute, um die Versichertengemeinschaft neutral zu stellen.

Funktionsweise der Rentenversicherung

Die gesetzliche Rentenversicherung ist als Umlageverfahren organisiert, d.h. die aktuellen Beitragszahler finanzieren mit ihren Beiträgen die Renten für die in der gleichen Periode nicht mehr Erwerbstätigen.¹ Es wird kein Kapital gebildet. Wegen der Ausgestaltung des Umlageverfahrens wird häufig auch von einem Zwei-Generationenvertrag gesprochen. Die Rentenansprüche hängen hauptsächlich von der Höhe der Beiträge während der Erwerbsphase ab.

In einem solchen System darf grundsätzlich nicht ohne Zu- oder Abschläge von der Regelaltersgrenze abgewichen werden. Folgende Überlegung verdeutlicht die Problematik eines flexiblen Renteneintritts im Umlageverfahren: Unterstellt man, dass sich das heutige System im Gleichgewicht befindet, decken die Beitragszahlungen genau die Rentenzahlungen. Bezieht ein Individuum nun *vorzeitig* eine Rente, ändert sich die Relation zwischen Einzahlungen und Auszahlungen und das Gleichgewicht ist gestört. Ein vorzeitiger Renteneintritt ist in diesem System nicht möglich, da die Beitragszahlungen gebraucht werden, um die heutigen Rentner zu finanzieren. Das Individuum, das früher in Rente geht, hat keinen Kapitalstock, aus dem es die vorzeitige Rente beziehen könnte. Möchte ein Individuum umgekehrt über die Regelaltersrente hinaus arbeiten, werden die zusätzlich geleisteten Beiträge nicht von der Versicherung für die später höheren Ansprüche des Individuums angespart, sondern an die Bestandsrentner verteilt oder zur Senkung der Beitragssätze verwendet. Geht dieses Individuum mit seinen dann höheren Ansprüchen in Rente, müssen die Beitragssätze zur Finanzierung seiner Ansprüche wieder angehoben werden.

Trotz dieser Problematik wird im heutigen System ein Abweichen von der Regelaltersgrenze ermöglicht. Durch die Berechnung von Zu- und Abschlägen soll die Versichertengemeinschaft

¹ Im Drei-Generationen-Modell entspräche dies der Gegenleistung für empfangene Erziehungsleistungen. Daraus würden in diesem System jedoch im Gegensatz zur gesetzlichen Rentenversicherung noch keine Ansprüche entstehen, sondern erst durch eigene Kindererziehung.

prinzipiell neutral gestellt und das Gleichgewicht nicht gestört werden. Allerdings erfüllen die heutigen Ab- und Zuschläge diese Funktion nicht.

Flexibler Renteneintritt in der heutigen Rentenversicherung

Den Renteneintritt zu flexibilisieren und damit zu ermöglichen, dass Menschen vor der Regelaltersgrenze ohne Ausgleichszahlung eine Rente beziehen, ist mit dem Umlageverfahren nicht vereinbar. Sollten viele Menschen diese Möglichkeit nutzen, verschlechtert sich die Relation zwischen Rentenbeziehern und Einzahlern zusätzlich, so dass das Demographieproblem verstärkt wird.

Im heutigen System bestehen verschiedene Möglichkeiten, vorzeitig eine Altersrente zu beziehen. Die entsprechenden Regelungen sind jedoch nicht so flexibel gestaltet, dass der Zeitpunkt des Renteneintritts frei wählbar wäre. Vielmehr ist ein vorzeitiger Rentenbezug an verschiedene Bedingungen geknüpft – hier sind vor allem rentenrechtliche Beitragszeiten zu nennen – bei deren Erfüllung die Arbeitnehmer entweder einen Anspruch haben, früher in eine Rente mit Abschlägen zu wechseln oder sogar eine frühere Regelaltersrente ohne Abschläge erhalten.

Um dem finanziellen Anreiz entgegenzuwirken, vorzeitig eine Rente zu beziehen, gibt es im heutigen System neben Abschlägen Hinzuverdienstgrenzen für Rentner. Wird eine Altersrente vorzeitig in Anspruch genommen, kann das Individuum bis zur Regelaltersgrenze maximal 350 – demnächst 400 Euro – hinzuverdienen. Auch bei Bezug einer Erwerbsminderungsrente ist ein möglicher Hinzuverdienst begrenzt, wobei die Höhe an das Einkommen der letzten Jahre gekoppelt ist.

Die Hinzuverdienstgrenzen bei den Altersrenten haben ihre Berechtigung, wenn keine oder zu geringe Abschläge bei einem vorzeitigen Rentenbezug berechnet werden: Ohne diese besteht der Anreiz, die Rente so früh wie möglich zu beanspruchen und weiterhin voll zu arbeiten. Die kürzere Einzahlungsphase und die spiegelbildlich längere Auszahlungsphase schädigen das Versicherungskollektiv. Ohne Hinzuverdienstgrenzen käme es zu einer Ausbeutung des Systems. Im Optimalfall sollten die Rentenabschläge so ausgestaltet sein, dass die Grenzen überflüssig werden.

Die Lösung über Abschläge ist deshalb so wichtig, weil Hinzuverdienstgrenzen einen präferenzgerechten Übergang zwischen Berufsleben und Rentenphase verhindern, da sie den Beschäftigungsspielraum der Frührentner einschränken. Zudem werden die Hinzuver-

dienstgrenzen mehr oder weniger willkürlich gesetzt. Im Folgenden wird gezeigt, dass die Hinzuverdienstgrenzen bei einer korrekten Berechnung von Zu- und Abschlägen entfallen und die Arbeitnehmer dadurch ihren Renteneintritt flexibel gestalten können.

Beurteilung der geltenden Rentenabschläge

Die vorzeitige Inanspruchnahme von Renten hat zur Folge, dass Beiträge im Umlageverfahren fehlen und gleichzeitig die Auszahlungen steigen. Schon aufgrund der Tatsache, dass die Rente über einen längeren Zeitraum bezogen wird, muss ihre Höhe reduziert werden, um die Versichertengemeinschaft nicht zusätzlich zu belasten.² Daher werden Abschläge erhoben, deren korrekte Berechnung in der wissenschaftlichen Diskussion bis heute umstritten ist. Diskutiert werden primär zwei Ansätze:

Mit dem ersten Ansatz – welcher aktuell in der Rentenversicherung angewandt wird – wird grundsätzlich versucht, die Abschläge versicherungsneutral zu kalkulieren. Durch einen vorzeitigen Rentenbeginn soll die Summe der Rentenzahlungen nicht beeinflusst werden, das heißt die längere Auszahlungsphase und geringeren Beiträge sollen so berücksichtigt werden, dass die Versicherung bezüglich des Renteneintrittsalters des Individuums indifferent ist.

Mit der zweiten Variante sollen die Rentenabschläge „anreizkompatibel“ gestaltet werden. So soll aus der Sicht des Versicherten kein finanzieller Anreiz bestehen, die Rente vorzeitig in Anspruch zu nehmen.³

Die unterschiedliche Herangehensweise dieser Varianten schlägt sich in unterschiedlichen Diskontierungssätzen bei der Bestimmung der Rentenabschläge nieder. In einer „normalen“ Versicherung würde ein versicherungsmathematisch neutraler Abschlag mit der internen Rendite der Versicherung ermittelt werden. Dann wäre die Versicherung indifferent, wann die Rente bezogen wird. In der gesetzlichen Rentenversicherung wird jedoch kein Kapital gebildet. Häufig wird dennoch fälschlicherweise von einer impliziten Rendite gesprochen, mit der die Renten jährlich angepasst werden. Als „Rendite“ gilt hier die reale Wachstumsrate der Beitragssumme, welche direkt an die Rentner ausgezahlt wird und im langjährigen Durchschnitt etwa bei ein bis eineinhalb Prozent liegt.

² Eine längere Rentenbezugsdauer entspricht schließlich einer massiven Rentenerhöhung.

³ Börsch-Supan (2004), S. 5.

Diese Vorgehensweise vernachlässigt jedoch den Umstand, dass das Umlageverfahren keine Kapitaldeckung hat. Daher können versicherungsmathematische Berechnungen nicht angewandt werden. Die implizite „Rendite“ stellt im Gegenteil jeweils einen neuen Einführungsgewinn für die Rentner dar und führt zu neuen Belastungen für nachkommende Generationen. Aus dem Umlagesystem heraus kann keine Kapitalrendite erwirtschaftet werden, weil sämtliche Einnahmen sofort ausgezahlt werden.

Werden die Renten trotzdem auf der Grundlage der „Rendite“ des Wachstums der Lohnneinkommen diskontiert, sind die aktuell ermittelten Abschläge von 3,6 Prozent p. a. mathematisch korrekt, beruhen jedoch auf einer Renditefiktion. Für die Versicherten ergibt sich auf der Grundlage dieser niedrigen Abschläge zudem ein finanzieller Anreiz, die Rente vorzeitig in Anspruch zu nehmen. Ist ein Rentner nicht direkt auf die Rentenzahlung angewiesen, besteht die Möglichkeit, die Rente am Kapitalmarkt anzulegen. Auch ohne Risiko ist die dort erzielbare Rendite deutlich höher als ein bis eineinhalb Prozent – und damit als die implizite „Rendite“ des Umlageverfahrens. Um diesem finanziellen Anreiz entgegenzuwirken, müsste daher mit dem Kapitalmarktzins diskontiert werden. Der sich daraus ergebende Rentenabschlag – angenommen wird ein Kapitalmarktzins von nur 3 Prozent - wäre mit ca. 5,5 Prozent p. a. höher.⁴

Nach Börsch-Supan (2004) müsste ein für die Versicherungsnehmer anreizkompatibler Rentenabschlag allerdings noch höher liegen, weil - auf Grund der empirisch hohen Zeitpräferenz des Geldes - der wahre Diskontierungssatz oberhalb des Kapitalmarktzinses liegen müsste. Dies wird damit begründet, dass viele Individuen auf die Rente angewiesen sind und gar nicht die Möglichkeit haben, dieses Geld am Kapitalmarkt anzulegen. Der Wert dieser Renten zum aktuellen Zeitpunkt ist daher höher anzusehen als der Wert der Rente in der Zukunft zuzüglich der Zinsen. Liegt – wie von Börsch-Supan angenommen – die Zeitpräferenzrate bei 8 bis 12 Prozent - ergeben sich Rentenabschläge von mindestens 7,5 Prozent p. a.

Problematisch an dieser Abschlagsberechnung ist, dass Börsch-Supan und andere Autoren die Systematik des Umlageverfahrens mit einer normalen Rentenversicherung gleichsetzen. Sie berücksichtigen zwar die verlängerte Auszahlung und die geringeren Beitragsleistungen von Individuen, die vorzeitig in Rente gehen. Vernachlässigt wird jedoch, dass aus den Beitragszahlungen kein Kapital gebildet wurde und die Beiträge nicht für die Individuen selbst, sondern für die aktuelle Rentnergeneration benötigt werden.

⁴ Vgl. Ebd, S. 8-9.

Folgendes Gedankenexperiment verdeutlicht das Problem: Gingen alle Beitragszahler vorzeitig in Rente und dies mit Abschlägen, die ihre verminderte Einzahlung und den längeren Rentenbezug berücksichtigen (unabhängig von der Wahl des Diskontierungssatzes), dann sind diese Abschläge und die daraus resultierende Rente für diese Generation zwar fair berechnet. Erhalten wird sie diese Renten aber nicht, da die dafür notwendigen Beitragszahler fehlen und kein Kapital gebildet wurde. Die Renten der Bestandsrentner können folglich ebenso wenig bezahlt werden. Diese Besonderheit des Umlageverfahrens muss daher zwingend in die Abschlagsberechnung einbezogen werden.

Ein Konzept zur Berechnung von für die Versichertengemeinschaft neutralen Ab- und Zuschlägen

In der bisherigen Abschlagsdiskussion wird meist der Umstand vernachlässigt, dass es sich bei der Rentenversicherung nicht um eine „normale“ Versicherung mit einem Kapitalstock handelt. Daher sind, wie erläutert, Begriffe wie „versicherungsneutral“ oder „Rendite“ im Zusammenhang mit der umlagefinanzierten Rentenversicherung irreführend. Die Frage nach der richtigen Höhe von Zuschlägen wird meist ganz vernachlässigt. Zunächst soll jedoch die Berechnung korrekter Abschläge im Vordergrund stehen, die Zuschläge ergeben sich dann durch leichte Modifikationen in der Berechnung.

Abschläge

In der wissenschaftlichen Diskussion steht bei der Abschlagsermittlung häufig die Anreizkompatibilität im Vordergrund: Es soll sichergestellt werden, dass die Individuen keinen finanziellen Anreiz haben, die gesetzliche Rente vorzeitig in Anspruch zu nehmen. Es muss jedoch gefragt werden, ob dies das Ziel sein sollte und ob es realistisch ist: Aus den unterschiedlichen Präferenzen der Individuen resultiert zwangsläufig, dass es keinen Abschlag geben kann, der für alle Individuen anreizkompatibel ist.

Die einzige Voraussetzung, die bei der Inanspruchnahme einer vorzeitigen Rente strikt eingehalten werden muss, ist, dass die Versichertengemeinschaft nicht geschädigt wird. Dabei sind die Besonderheiten des Umlageverfahrens zu beachten. Das Verhältnis der Rentenzahlungen zu den Beiträgen wird als Rentenquotient bezeichnet. Nutzen durch eine neue Flexibilisierung des Renteneintritts viele Individuen die Möglichkeit der vorzeitigen Inans-

pruchnahme, steigt der Rentenquotient. Die Konsequenz einer Frührente wäre daher zwangsläufig eine Erhöhung des Beitragssatzes für die aktuell Erwerbstätigen oder eine Absenkung des Rentenniveaus für die aktuelle Rentnergeneration. Beides kann nicht gewollt sein und ist auch nicht zu rechtfertigen, da es zu unerwünschten Verteilungswirkungen zwischen den Generationen führt.⁵

Um die Versichertengemeinschaft nicht zu schädigen, müssen bei der Berechnung der für die Versichertengemeinschaft neutralen Abschläge neben der vorzeitig und länger auszuzahlenden Rente die Beiträge berücksichtigt werden, die der Rentenversicherung bis zur Regelaltersgrenze entgehen. Diese Beiträge werden schließlich im Umlageverfahren weiterhin benötigt, um die aktuelle Rentnergeneration zu finanzieren. Ohne die Berücksichtigung der verminderten Einzahlungen würden - wie oben erwähnt - entweder die derzeitigen Beitragszahler geschädigt, da sie diesen Ausfall mitfinanzieren und kompensieren müssten, oder das Rentenniveau müsste für alle Rentner abgesenkt werden.

Die Flexibilisierung kann demnach nicht im Umlagesystem realisiert werden, ohne eine Gruppe zu schädigen. Vielmehr muss hierfür ein kapitalgedecktes Ausgleichssystem aufgebaut werden, indem die vorzeitigen Renten und fehlenden Beitragszahlungen über den Kapitalmarkt finanziert werden: Die Rentenversicherung nimmt ein Darlehen in Höhe der fehlenden Beiträge und der vorzeitig auszuzahlenden Renten auf. Die Abschläge auf die vorzeitig einsetzenden Renten müssen dann so berechnet werden, dass dieses Darlehen zuzüglich der auflaufenden Zinsen getilgt werden kann.

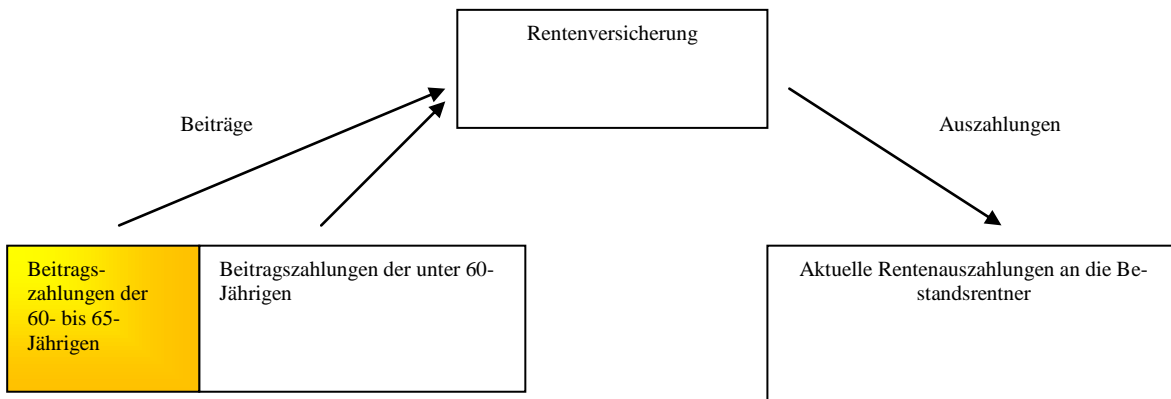
Diese Vorgehensweise lässt sich an folgendem Extrembeispiel verdeutlichen: Alle 60- bis 65⁶-Jährigen gehen vorzeitig in Rente. Die Versicherung hat höhere Ausgaben, weil sie vorgezogene Rentenleistungen zu finanzieren und gleichzeitig weniger Einnahmen zur Verfügung hat. Die Versicherung nimmt daher ein Darlehen in Höhe der zusätzlichen Ausgaben und der ausbleibenden Beiträge am Kapitalmarkt auf.

In der Ausgangssituation zahlen sowohl die unter 60-Jährigen als auch die Gruppe der 60- bis 65-Jährigen Beiträge, um die aktuellen Renten zu finanzieren:

⁵ Die Frührentnergeneration erhält höhere Leistungen ohne die Kosten des verfrühten Renteneintritts zahlen zu müssen. Diese Kosten müssen von den nachfolgenden Generationen getragen werden bzw. bei einer Absenkung des Rentenniveaus von der derzeitigen Rentnergeneration. Es findet also eine Umverteilung zu Gunsten der Frührentner statt.

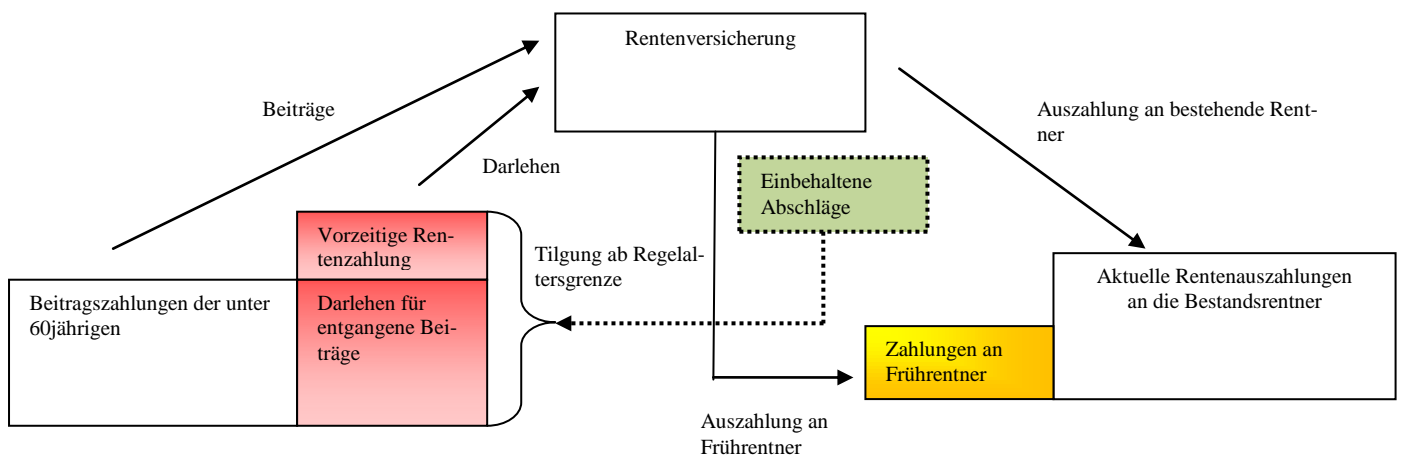
⁶ Wir gehen hier von der bisherigen Regelaltersgrenze aus, da die Anhebung auf 67 Jahre erst im Jahre 2029 abgeschlossen sein wird.

Ausgangssituation



Wenn die 60- bis 65-Jährigen vorzeitig in Rente gehen, nimmt die Rentenversicherung wie erwähnt ein Darlehen am Kapitalmarkt auf. Diese explizite Schuld wird ab Erreichen der Regelaltersgrenze durch einen Teil der Rente getilgt, die bei regulärem Renteneintritt erreicht worden wäre, nämlich durch die von der Rentenversicherung einbehaltenen Abschläge (siehe Szenario).

Szenario



Berechnung der Abschläge

Um den für die Versichertengemeinschaft neutralen Abschlag zu berechnen, wird davon ausgegangen, dass das am Kapitalmarkt aufgenommene Darlehen samt Zinsen durch die Abschläge getilgt werden muss, und zwar über die zu erwartende Restlebensdauer der Früh-

rentner ab dem Renteneintrittsalter. Die Zins- und Tilgungsleistungen eines Darlehens entsprechen der Annuität. Diese entspricht den Abschlägen, die zur Rückführung des Darlehens nötig sind. Durch die Berechnung der Annuität und damit des korrekten Abschlags wird die Versicherungsgemeinschaft nicht zusätzlich belastet, da das Darlehen über den Kapitalmarkt aufgenommen und durch die Abschläge getilgt werden kann. Es müssen keine zusätzlichen Beiträge erhoben werden, d.h. es entstehen auch keine unerwünschten Verteilungswirkungen zwischen den Generationen.

Formal lässt sich der Zusammenhang wie folgt darstellen: Sowohl die Annuität als auch das für die vorzeitigen Rentenzahlungen aufgenommene Darlehen sind vom Abschlag δ abhängig, der wiederum von der ferneren Lebenserwartung N und dem Zeitraum des vorzeitigen Rentenbezugs $n-x$, sowie dem Kapitalmarktzins r abhängt.

Notation:

- R = **Potentielle** Rente bei regulärem Renteneintrittsalter
- N = Durchschnittliche, fernere Lebenserwartung (hier 82)
- n = Regeleintrittsalter (hier 65)
- x = Alter bei vorzeitigem Renteneintritt
- BEK = unterstelltes Bruttoeinkommen
- b = Rentenbeitrag
- δ = Abschlag
- r = Zinssatz

K_0 ist der Darlehensbetrag, den die Versicherung aufnehmen muss. Dieser setzt sich zusammen aus $\sum_{i=1}^{n-x} (R - R \cdot \delta_{N,n-x,r}) \cdot (1+r)^i$, d.h. der Summe der vorzeitig ausbezahlten Renten, aufgezinst auf das Regeleintrittsalter, und $\sum_{i=1}^{n-x} BEK \cdot b \cdot (1+r)^i$, der Summe der Beitragszahlungen, die der Versicherung bis zur Regelaltersgrenze entgehen. Der linke Teil der Formel muss als Annuität den Rentenabschlagszahlungen $R \cdot \delta_{N,n-x,r}$ entsprechen. Für die Ermittlung des optimalen Abschlags wird die Gleichung nach $\delta_{N,n-x,r}$ aufgelöst.

$$\begin{aligned}
& \overbrace{\left[\sum_{i=1}^{n-x} (R - R \cdot \delta_{N,n-x,r}) \cdot (1+r)^i + \sum_{i=1}^{n-x} BEK \cdot b \cdot (1+r)^i \right]}^{K_0} \cdot \overbrace{(1+r)^{N-n} \cdot \frac{1+r-1}{(1+r)^{N-n}-1}}^{q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1}} \\
& = R \cdot \delta_{N,n-x,r}
\end{aligned}$$

Auflösen nach $\delta_{N,n-x,r}$ ergibt mit $(1+r) \cdot \frac{(1+r)^{N-x} - (1+r)^{N-n}}{(1+r)^{N-n} - 1} = y^*$:⁷

$$\frac{y^* \cdot (R + BEK \cdot b)}{(R + y^* \cdot R)} = \delta_{N,n-x,r}$$

Wenn der Abschlag auf diese Weise ermittelt wird, ist die Versicherungsgemeinschaft neutral gestellt. Der Abschlag ist negativ abhängig vom vorzeitigen Renteneintrittsalter und der durchschnittlichen fernerer Lebenserwartung⁸, sowie positiv vom Kapitalmarktzinsniveau: je früher der vorzeitige Renteneintritt, desto höher das Darlehen; daher muss der Abschlag c. p. höher ausfallen. Eine Verlängerung der Lebenserwartung streckt dagegen c. p. den Tilgungszeitraum des Darlehens, so dass die Abschläge geringer ausfallen können.

Konkret lässt sich die Wirkung dieser Abschläge am Beispiel eines Eckrentners illustrieren. Als Zinssatz wurde 4,5 Prozent angenommen, was ungefähr dem Zins einer Bundesanleihe für den Darlehenszeitraum entspricht. Das veranschlagte Bruttoeinkommen entspricht dem von der deutschen Rentenversicherung durchschnittlich zu Grunde gelegten Einkommen für einen westdeutschen Eckrentner. Die potentielle Rente, die der Eckrentner bei regulärem Renteneintritt erhalten könnte, ergibt sich aus 45 Entgeltpunkten multipliziert mit dem aktuellen Rentenwert (West) von 26,27 Euro.

⁷ Zur Herleitung siehe Anhang

⁸ Grundsätzlich müssten aufgrund der unterschiedlichen Lebenserwartungen von Frauen und Männern hier unterschiedliche, geschlechtsspezifische Abschläge berechnet werden. Davon wird hier abstrahiert und ein Durchschnittswert verwendet.

Beispiel 1: Westdeutscher Eckrentner, um 3 Jahre vorzeitiger Renteneintritt (kein Hinzuverdienst)

Allgemeine Parameter	
N = 82 / n = 65 / x = 62 / r = 4,5 % / b = 19,9 % / BEK = 2485 €	
Berechnungsergebnisse	
Regelaltersrente monatlich	1.182,15 €
Abschlag prozentual (3 Jahre)	31,03 %
Abschlag monatlich absolut	366,79 €
Frührente	815,36 €
Darlehen für vorfin. Rente	32.075,03 €
Darlehen für Beiträge	19.453,38 €
Gesamtdarlehen	51.528,41 €

Der Eckrentner aus Beispiel 1 müsste aufgrund seines um drei Jahre vorgezogenen Renteneintritts dauerhaft auf einen Betrag in Höhe von 366,79 Euro monatlich verzichten. Von diesem Betrag (Abschlag) wird das Gesamtdarlehen über die erwartete Restlebensdauer von 17 Jahren getilgt.⁹

Der Abschlag von 31 Prozent für den gesamten Zeitraum erscheint hoch, vor allem im Vergleich zu dem aktuell erhobenen Abschlag für eine um 3 Jahre vorgezogene Rente: Nach der jetzigen Regelung müsste ein Rentner „nur“ einen Abschlag von 10,8 Prozent (0,3 Prozent pro Monat) in Kauf nehmen. Es muss daher noch mal betont werden, dass das hier diskutierte System zur Berechnung der für die Versicherungsgemeinschaft neutralen Abschläge nicht das Ziel hat, möglichst vielen Individuen einen vorzeitigen Renteneintritt zu ermöglichen. Vielmehr soll nur allen die Chance gegeben werden, den Eintritt in die Rentenphase flexibel und ohne eine zusätzliche Belastung Dritter zu gestalten. Ein geringerer Abschlag belastet unweigerlich die Versicherungsgemeinschaft und begünstigt die Frührentner.

Volle Flexibilität für die Versicherten

Im Gegensatz zu den heutigen Regelungen haben die Versicherten bei den so berechneten Abschlägen die Möglichkeit, verschiedenste Kombinationen zwischen Renten- und Erwerbseinkommen zu wählen. Hinzuverdienst- und Altersgrenzen sind nicht mehr notwendig, da die Abschläge jeweils so ausfallen, dass die Versicherungsgemeinschaft nicht geschädigt wird. Als einzige Bedingung für den vorzeitigen Renteneintritt muss der Nachweis durch die Frührentner erbracht werden, dass sie mit ihren bereits feststehenden zukünftigen Einkünften

⁹ Tilgungsplan siehe Anhang.

(private Rente oder sonstige Einkünfte) dauerhaft – also ohne zusätzliches Erwerbseinkommen - über dem Grundsicherungsniveau liegen werden. Somit wird ein Freifahrerverhalten zu Lasten der steuerzahlenden Solidargemeinschaft ausgeschlossen.

Im obigen Beispiel könnte der Eckrentner bspw. die Rente vorzeitig in Anspruch nehmen, aber voll weiterarbeiten wollen (siehe Beispiel 2). Der Abschlag muss dann nur auf die vorzeitig zu finanzierende Rente und nicht mehr auf die entgangenen Beitragszahlungen berechnet werden, da der „Rentner“ weiter voll Beiträge zahlt und das System dadurch nicht schädigt. Die Beiträge bis zum 65. Lebensjahr werden benötigt, um die Versicherungsgemeinschaft trotz seines verfrühten Rentenbezuges neutral zu stellen. Sie verringern den erforderlichen Abschlag aufgrund des vorzeitigen Rentenbezugs. Erst wenn der Rentner über das 65. Lebensjahr hinaus arbeitet, könnte sich seine Rente erhöhen.

Beispiel 2: Westdeutscher Eckrentner, um 3 Jahre vorzeitiger Renteneintritt (voller Rentenbezug, weiterhin volle Erwerbstätigkeit)

Allgemeine Parameter	
N = 82 / n=65 / x=62 / r = 4,5% / b =19,9% / BEK = 2485 €	
Berechnungsergebnisse	
Regelaltersrente monatlich	1.182,15 €
Abschlag prozentual (3 Jahre)	21,90 %
Abschlag monatlich absolut	258,61 €
Frührente	923,54 €
Darlehen für vorfin. Rente	36.330,63 €
Darlehen für Beiträge	0 €
Gesamtdarlehen	36.330,63 €

Die Kombination aus Rente und voller Erwerbstätigkeit werden Menschen wählen, die eine hohe Gegenwartspräferenz des Geldes haben und gleichzeitig Freizeit nicht so stark gewichten. Da die Zeitpräferenz des Geldes durch den Kapitalmarktzins über die Gesamtgesellschaft gesehen gut approximiert wird, ergeben sich keine Verzerrungen. Die Versicherungsgemeinschaft wird nicht geschädigt, da die Abschläge unter Berücksichtigung eben dieses Kapitalmarktzinses berechnet wurden.

Menschen, die Freizeit höher gewichten, könnten die Arbeitszeit reduzieren und bspw. bei halber Erwerbstätigkeit eine Teilrente von 50 Prozent beziehen (Beispiel 3). Dann müssen zum einen Abschläge auf die Hälfte der Altersrente, die vorzeitig ausgezahlt wird, berechnet werden. Zum anderen muss ein Darlehen für die Hälfte der entgehenden Beitragszahlungen

und der länger auszuzahlenden Teilrente aufgenommen werden. In diesem Beispiel würde der Rentner dann ab dem Regeleintrittsalter n die Hälfte der Regelaltersrente (591,08 Euro) und weiterhin die mit Abschlägen berechnete Frührente in Höhe von 407,68 Euro beziehen, also 998,76 Euro.

Beispiel 3: Westdeutscher Eckrentner, um 3 Jahre vorzeitiger Renteneintritt (Rentenbezug 50 %, 50 % Erwerbstätigkeit)

Allgemeine Parameter	
N = 82 / n=65 / x=62 / r = 4,5% / b =19,9% / BEK (50%) = 1.242,50 €	
Berechnungsergebnisse	
Regelaltersrente monatlich	591,08 €
Abschlag prozentual (3 Jahre)	31,03 %
Abschlag monatlich absolut	183,39 €
Frührente	407,68 €
Darlehen für vorfin. Rente	16.037,51 €
Darlehen für Beiträge	9.726,69 €
Gesamtdarlehen	25.764,20 €

Theoretisch kann auch die Situation betrachtet werden, in der ein Arbeitnehmer so früh in Rente geht, dass er eine negative Rente erhält. Er muss sich also aus seiner Verpflichtung gegenüber der Versicherungsgemeinschaft herauskaufen. Dies kann, wie im folgenden Beispiel, durch einen monatlichen Betrag oder in einer Summe geschehen. Auch hier gilt natürlich, dass seine monatlichen Einkünfte dauerhaft über dem Grundsicherungsniveau liegen müssen (in diesem Fall: 660 Euro plus 157,70 Euro).

Beispiel 4: Westdeutscher Eckrentner, um 25 Jahre vorgezogener Renteneintritt (keine Erwerbstätigkeit)

Allgemeine Parameter	
N = 82 / n=65 / x=40 / r = 4,5% / b =19,9% / BEK =2485 €	
Berechnungsergebnisse	
Regelaltersrente monatlich	1.182,15 €
Abschlag prozentual (25 Jahre)	113,34 %
Abschlag monatlich absolut	1.339,85 €
Frührente	-157,70 €
Darlehen für vorfin. Rente	-88.128,48 €
Darlehen für Beiträge	276.358,59 €
Gesamtdarlehen	188.230,11 €

Dieser Fall zeigt deutlich, dass bei korrekt berechneten Abschlägen keine Möglichkeit besteht, sich *auf Kosten der Versichertengemeinschaft* aus der Versicherungspflicht zu verabschieden.

Es ist unbestritten, dass diese Flexibilität aufgrund der Abschlagswirkungen und der dadurch verminderten Regelaltersrente eher von gut verdienenden Arbeitnehmern genutzt werden wird bzw. von Menschen, die aufgrund von anderem Vermögen nicht so stark auf die gesetzliche Rente angewiesen sind. Da die Versichertengemeinschaft dadurch aber nicht schlechter gestellt wird und sich für bestimmte Arbeitnehmer präferenzgerechtere Lösungen finden lassen können, kommt es zu einer Pareto-Verbesserung.

Diese Ergebnisse werden in der Öffentlichkeit unterschiedliche Reaktionen auslösen, weil die Frühverrentung wegen der höheren Abschläge erschwert wird. Allerdings ist darauf hinzuweisen, dass das heutige System einige Bürger auf Kosten anderer besser stellt: Entweder müssen die derzeitigen Beitragszahler den vorzeitigen Renteneintritt bei zu geringen Abschlägen finanzieren oder die zukünftigen Generationen müssen für die Mehrbelastung aufkommen.

Zuschläge

Bei einer Flexibilisierung des Renteneintritts muss nicht nur betrachtet werden, wie sich ein früherer Rentenbezug auf die Versichertengemeinschaft auswirkt. Genauso wichtig für ein flexibles System ist die korrekte Berechnung von Zuschlägen für eine Erwerbstätigkeit über die Regelaltersgrenze hinaus: Die vom Arbeitnehmer zusätzlich erwirtschafteten Beiträge sowie die zunächst nicht erforderlichen Rentenzahlungen können von der Versicherung am Kapitalmarkt angelegt werden. Der so angesparte Betrag kann dann über die erwartete Restlebenszeit des Arbeitnehmers ab Eintritt in die Rentenphase zusätzlich zur Regelaltersrente ausgezahlt werden. Die längere Erwerbsphase hat den Vorteil, dass gerade auch geringe Renten durch die Zuschläge aufgestockt und dadurch das Armutsrisiko im Alter gesenkt werden kann.

Die Zuschläge fallen im jetzigen System gering aus (0,5 Prozent pro Monat bzw. 6 Prozent im Jahr) und die daraus resultierenden höheren Ansprüche müssen von der kommenden Generation finanziert werden. Bei den vorliegenden Berechnungen zeigt sich, dass die Zuschläge um ein Vielfaches höher liegen können. Voraussetzung ist, dass die zusätzlich erwirtschafteten Beiträge und gesparten Rentenzahlungen nicht an die jetzigen Rentner verteilt, sondern

von der Rentenversicherung angespart und entsprechend verzinst werden. In unserem Beispiel haben wir einen Zinssatz von nur 3% für die Kapitalanlage angenommen. Zur Berechnung der Zuschläge wird die Abschlagsformel entsprechend modifiziert: Die Zuschläge berechnen sich nun aus der Summe der über die Regelaltersgrenze hinaus geleisteten Beiträge und der Summe der noch nicht ausgezahlten Renten. Diese Beträge werden am Kapitalmarkt angelegt und über die Restlebensdauer ab Rentenbeginn ausgezahlt.

Modifikation der Abschlagsformel:

$$\left[\sum_{i=1}^{x-n} (R - R \cdot (-)\delta_{N,x-n,r}) \cdot (1+r)^i + \sum_{i=1}^{x-n} BEK \cdot b \cdot (1+r)^i \right] \cdot (1+r)^{N-x} \cdot \frac{1+r-1}{(1+r)^{N-x}-1} = R \cdot (-)\delta_{N,n-x,r}$$

Auflösen nach $\delta_{N,x-n,r}$ ergibt mit $(1+r) \cdot \frac{(1+r)^{N-n} - (1+r)^{N-x}}{(1+r)^{N-x} - 1} = y^*$:¹⁰

$$\frac{y^* \cdot (R + BEK \cdot b)}{(-R - y^* \cdot R)} = \delta_{N,x-n,r}$$

Folgendes Beispiel veranschaulicht die Wirkung der Zuschläge:

Beispiel 5: Westdeutscher Eckrentner, um 3 Jahre verzögerter Renteneintritt (volle Erwerbstätigkeit)

Allgemeine Parameter	
N = 82 / n=65 / x=68 / r = 3,0% / b =19,9% / BEK =2485 €	
Berechnungsergebnisse	
Regelaltersrente monatlich	1.182,15 €
Zuschlag prozentual (3 Jahre)	31,18 %
Zuschlag monatlich absolut	368,65 €
Rente ab 68	1.550,80 €
Anlagebetrag einbehaltene Rente	31.078,74 €
Anlagebetrag zusätzliche Beiträge	18.892,22 €
Gesamtanlage	49.970,96 €

Der Arbeitnehmer kann seine Rente durch die Verlängerung seiner Erwerbsphase um 368,65 Euro pro Monat aufstocken. Die Versicherungsgemeinschaft wird bei Renteneintritt des Arbeitnehmers nicht durch seine dann höheren Ansprüche geschädigt, da sie für die Finanzie-

¹⁰ Zur Herleitung siehe Anhang

rung nicht mehr herangezogen werden muss. Für den Arbeitnehmer selbst entsteht ein Anreiz, länger zu arbeiten, weil ihm die zusätzlich erwirtschafteten Beiträge selbst zugute kommen und nicht an die aktuellen Rentner ausgezahlt werden.

Durch die neue Berechnung der Zu- und Abschläge würde das Umlagesystem durch ein kapitalgedecktes System ergänzt, aus dem sich die Flexibilität speist. Das Umlageverfahren allein kann, wie oben argumentiert wurde, nicht flexibilisiert werden, ohne aus dem Gleichgewicht zu geraten. Dies zeigt sich auch deutlich an der aktuellen finanziellen Situation der Rentenversicherung: Da in der Vergangenheit auch im Umlagesystem ein früherer Renteneintritt ermöglicht wurde (und weil demographische Probleme bestehen) kann die Rentenversicherung schon heute die Auszahlungen nicht aus den Beiträgen decken und ist auf Steuerzuschüsse angewiesen. Diese machen inzwischen ein Drittel aller Einnahmen aus. Will man eine präferenzgerechte Aufteilung zwischen Erwerbs- und Rentenphase ermöglichen, kann dies nur über ein ergänzendes kapitalgedecktes System erfolgen.

Festzustellen bleibt, dass auch die für die Versichertengemeinschaft neutralen Abschläge bzw. Zuschläge nicht das dem Umlageverfahren zugrunde liegende Demographieproblem lösen. Sie dienen lediglich dazu, innerhalb des derzeitigen Systems die Belastung der Versicherten trotz gesteigerter Flexibilität nicht zu erhöhen. Die Frage, ob das als Umlageverfahren konzipierte System grundsätzlich reformiert werden sollte, bleibt bestehen.¹¹

Negative Anreizwirkungen durch asymmetrische Information?

Die hier vorgestellte Ab- und Zuschlagsberechnung ist so angelegt, dass die Versichertengemeinschaft nicht geschädigt wird. Die für den früheren Renteneintritt erhobenen Abschläge reichen aus, die aufgenommenen Darlehen über die zu erwartende *durchschnittliche* Restlebensdauer der jeweiligen Rentnergeneration zu tilgen: Die Unterschiede in der Lebensdauer der Versicherten werden sich im Schnitt ausgleichen, so dass es nicht zu Ausfällen von Tilgungsleistungen kommt.

Dennoch ist nicht ausgeschlossen, dass insbesondere Individuen mit schlechtem Gesundheitszustand früh in Rente gehen, weil sie davon ausgehen können, dass sie das für sie aufgenommene Darlehen nicht vollständig tilgen werden. Kann ein Individuum abschätzen, dass es aufgrund von Vorerkrankungen oder einer bestehenden Krankheit mit einer kürzeren Lebenserwartung rechnen muss als der Durchschnitt, fällt sein Abschlag niedriger aus als ei-

¹¹ Zur Diskussion siehe bspw. Voigtländer (2005), Bünningel/Eekhoff (2007).

gentlich notwendig, um das Darlehen zu tilgen: Wegen der geringen Lebenserwartung müsste das Individuum einen höheren Abschlag in Kauf nehmen, weil sich der Tilgungszeitraum entsprechend verkürzt. Sollte die asymmetrische Informationsverteilung systematisch vorliegen, kann dies zu adverser Selektion führen: Zunächst führt ein signifikant erhöhter Anteil an Individuen, die vorzeitig in Rente gehen und kürzer leben zu Tilgungsausfällen. Die Versicherung müsste einen Risikozuschlag erheben, der dazu führt, dass Individuen ohne Informationsvorteil bzgl. ihrer Lebenserwartung den früheren Renteneintritt nicht mehr wählen werden, da die Abschläge aus ihrer Sicht zu hoch ausfallen.

Spiegelbildlich wird es Versicherte geben, die überdurchschnittlich gesund sind und über die Regelaltersgrenze hinaus arbeiten. Wegen der vergleichsweise langen Lebensdauer werden sie auch den Rentenzuschlag über einen längeren Zeitraum nutzen als in der Kalkulation des Zuschlags berücksichtigt. Für diese Gruppe der Versicherten ist der Zuschlag zu hoch und die übrigen Versicherten erleiden einen Nachteil.

Sollte sich das durch adverse Selektion verursachte Finanzierungsproblem als signifikant herausstellen, dürften weder der Abschlag noch der Zuschlag an der durchschnittlichen Lebenserwartung ausgerichtet werden, sondern an der individuellen Restlebensdauer. Hierzu müsste der individuelle Gesundheitszustand festgestellt werden. Eine andere Möglichkeit, das Problem zu reduzieren, wäre die Flexibilisierung teilweise einzuschränken, indem man die Dauer des vorverlegten Rentenbezugs bzw. die Dauer der Zuschlagsgewährung begrenzt.

Sozialabgaben und Hinzuverdienst

Mit der neuen Berechnungsweise der Zu- und Abschläge können alle Restriktionen bezüglich des Hinzuverdienstes aufgehoben werden. Diskussionswürdig bleibt die Behandlung des Hinzuverdienstes hinsichtlich der Sozialabgaben.

Aus der Berechnung der Abschläge folgt zwangsläufig, dass aus dem Hinzuverdienst weiterhin Rentenversicherungsbeiträge zu zahlen sind, wenn diese Beiträge bei der Berechnung des Abschlages berücksichtigt wurden und sich der Abschlag entsprechend reduziert hat. Ab der Regelaltersgrenze können dann neue Rentenansprüche generiert werden.

Die Beiträge zur Arbeitslosenversicherung sollten im neuen System auch bei vorzeitigem Rentenbezug weiter gezahlt werden. Sie dienen bis zur Regelaltersgrenze als Absicherung gegen Arbeitslosigkeit.

Im Falle der Arbeitslosigkeit bezieht der Rentner weiter seine mit Abschlag behaftete Rente zuzüglich Arbeitslosengeld I. Die Arbeitslosenversicherung übernimmt dann wie im jetzigen System zudem die Beiträge zur Rentenversicherung. Da nicht die vollen Beiträge, sondern lediglich 80 Prozent von der Arbeitslosenversicherung an die Rentenkasse überwiesen werden, erfordert dies jedoch eine leichte Anpassung des Abschlags. Nach Ablauf des Arbeitslosengelds I darf gemäß Subsidiaritätsprinzip kein Anspruch auf ALG II gewährt werden. Das Individuum wäre in diesem Fall verpflichtet, auf seine Rente zuzugreifen. Da das Individuum in diesem Fall keine Beiträge mehr zur Rentenversicherung einzahlen kann, müssen die Abschläge erneut angepasst werden, weil für die fehlenden Beiträge ein zusätzliches Darlehen aufgenommen werden muss.

Diese Neuberechnung kann nicht dazu führen, dass der betroffene Arbeitnehmer bedürftig wird. Ihm war der vorzeitige Renteneintritt unter der Bedingung gewährt worden, dass seine Einkünfte auch *ohne* Berücksichtigung des Hinzuverdienstes dauerhaft über dem Grundversicherungsniveau liegen. Bei der Betrachtung der dauerhaften Einkünfte wird neben der privaten Rente auch die gesetzliche Rente abzüglich der Abschläge betrachtet, die sich ohne Hinzuverdienst ergeben würde. Deshalb kann auch im Falle der Arbeitslosigkeit und Neuberechnung des Abschlags keine Bedürftigkeit entstehen.

Fazit

Die Systematik des Umlageverfahrens lässt keine systeminterne Flexibilisierung zu, ohne die Versicherungsgemeinschaft zu schädigen. Daher muss die gesetzliche Rentenversicherung um kapitalgedeckte Elemente ergänzt werden, so dass ein präferenzgerechter Renteneintritt gewährt werden kann.

Die im neuen System sehr viel höheren Abschläge werden dazu führen, dass der frühere Renteneintritt weniger in Anspruch genommen wird als heute. Dies ist jedoch auch aus sozialpolitischer Sicht nicht zu kritisieren: vielmehr verstößt das heutige System gegen den Gleichbehandlungsgrundsatz, indem einigen Arbeitnehmern ermöglicht wird, *auf Kosten* der Versicherungsgemeinschaft in den Vorruhestand zu gehen. Bei korrekten Abschlägen trägt der Arbeitnehmer selbst die Kosten seines früheren Renteneintritts. Umgekehrt kommen ihm die Zuschläge voll zu Gute, wenn er länger arbeitet.

Sämtliche Vorschläge, den früheren Renteneintritt durch Dritte bezahlen zu lassen, sind sozialpolitisch nicht zu rechtfertigen. Entweder trifft es die Versichertengemeinschaft oder – wie kürzlich von der SPD vorgeschlagen – die Unternehmen. Beides führt entweder über Beitragssatzsteigerungen und / oder höhere Lohnkosten zu negativen Beschäftigungseffekten. Die Rentenversicherung eignet sich nicht für sozialpolitische Maßnahmen, sie wurde dazu konzipiert, das finanzielle Risiko im Alter abzusichern. Durch die Vermischung sozialpolitischer Instrumente mit der Rentenversicherung werden Wirkungsmechanismen verschleiert und einer Ausbeutung des Systems Vorschub geleistet.

Anhang

Die verwendete Ausgangsformel für die Annuität lautet:

$$A = K_0 \cdot q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1}$$

Abschlagsberechnung:

$$\underbrace{\left[\sum_{i=1}^{n-x} (R - R \cdot \delta_{N,n-x,r}) \cdot (1+r)^i + \sum_{i=1}^{n-x} BEK \cdot b \cdot (1+r)^i \right]}_{K_0} \cdot \underbrace{(1+r)^{N-n} \cdot \frac{q-1}{q^n-1}}_{q^n \cdot \frac{q-1}{q^n-1}} = \frac{(1+r)^{N-n} \cdot (1+r-1)}{(1+r)^{N-n}-1} = R \cdot \delta_{N,n-x,r}$$

R = Potentielle Rente bei regulärem Renteneintrittsalter

N = Durchschnittliche Lebenserwartung (hier 82)

n = Regeleintrittsalter (hier 65)

x = Alter bei vorzeitigem Renteneintritt

BEK = Bruttoeinkommen

b = Rentenbeitrag

δ = Abschlag

r = Zinssatz

Auflösung der geometrischen Reihe (vorschüssige Verzinsung):

$$(1+r) \cdot \frac{(1+r)^{n-x}-1}{(1+r)-1} [(R - R \cdot \delta_{N,n-x,r}) + BEK \cdot b] \frac{(1+r)^{N-n} \cdot r}{(1+r)^{N-n}-1} = R \cdot \delta_{N,n-x,r}$$

$$(1+r) \cdot \frac{(1+r)^{N-x} - (1+r)^{N-n}}{(1+r)^{N-n}-1} [(R - R \cdot \delta_{N,n-x,r}) + BEK \cdot b] = R \cdot \delta_{N,n-x,r}$$

$$\text{Mit } (1+r) \cdot \frac{(1+r)^{N-x} - (1+r)^{N-n}}{(1+r)^{N-n} - 1} = y^*$$

$$y^* \cdot [(R - R \cdot \delta_{N,n-x,r}) + BEK \cdot b] = R \cdot \delta_{N,n-x,r}$$

$$y^* \cdot R - y^* \cdot R \cdot \delta_{N,n-x,r} + y^* \cdot BEK \cdot b = R \cdot \delta_{N,n-x,r}$$

$$y^* \cdot R + y^* \cdot BEK \cdot b = R \cdot \delta_{N,n-x,r} + y^* \cdot R \cdot \delta_{N,n-x,r}$$

$$\frac{y^* \cdot (R + BEK \cdot b)}{(R + y^* \cdot R)} = \delta_{N,n-x,r}$$

Tilgungsplan – Beispiel 1, jährliche Zahlungen

Annuität	Gesamtdarlehen	Zins	Tilgung	Restbetrag	Jahre
4.401,43	51.528,41	2.318,78	2.082,65	49.445,75	1
4.401,43	49.445,75	2.225,06	2.176,37	47.269,38	2
4.401,43	47.269,38	2.127,12	2.274,31	44.995,07	3
4.401,43	44.995,07	2.024,78	2.376,65	42.618,41	4
4.401,43	42.618,41	1.917,83	2.483,60	40.134,81	5
4.401,43	40.134,81	1.806,07	2.595,37	37.539,45	6
4.401,43	37.539,45	1.689,28	2.712,16	34.827,29	7
4.401,43	34.827,29	1.567,23	2.834,20	31.993,09	8
4.401,43	31.993,09	1.439,69	2.961,74	29.031,34	9
4.401,43	29.031,34	1.306,41	3.095,02	25.936,32	10
4.401,43	25.936,32	1.167,13	3.234,30	22.702,02	11
4.401,43	22.702,02	1.021,59	3.379,84	19.322,18	12
4.401,43	19.322,18	869,50	3.531,93	15.790,25	13
4.401,43	15.790,25	710,56	3.690,87	12.099,38	14
4.401,43	12.099,38	544,47	3.856,96	8.242,42	15
4.401,43	8.242,42	370,91	4.030,52	4.211,90	16
4.401,43	4.211,90	189,54	4.211,90	0,00	17

Literaturverzeichnis

Bünnagel, Vera und Johann Eekhoff (2007): "50 Jahre dynamische Rente: Zahlreiche Korrekturen und Anpassungen, aber keine systematische Lösung", in: Orientierungen zur Wirtschafts- und Gesellschaftspolitik, Heft 111, 1/2007, S. 23 - 24.

Börsch-Supan, Axel (2004): Faire Abschläge in der gesetzlichen Rentenversicherung. Beitrag für ein Symposium im Sozialen Fortschritt.

Voigtländer, Michael (2005): Eine zustimmungsfähige Reform der gesetzlichen Alterssicherung. Untersuchungen zur Wirtschaftspolitik. Institut für Wirtschaftspolitik, Köln.